

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Горно-Алтайский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

**Математика и математическая статистика**  
рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой	<b>кафедра математики, физики и информатики</b>		
Учебный план	35.03.07_2023_943.plx 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции Технология производства, хранения и переработки продукции растениеводства		
Квалификация	<b>бакалавр</b>		
Форма обучения	<b>очная</b>		
Общая трудоемкость	<b>3 ЗЕТ</b>		
Часов по учебному плану	108	Виды контроля в семестрах:	
в том числе:		экзамены 1	
аудиторные занятия	42		
самостоятельная работа	29,4		
часов на контроль	34,75		

**Распределение часов дисциплины по семестрам**

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	1 (1.1)		Итого	
	Неделя		Итого	
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	12	10	12	10
Лабораторные	10	10	10	10
Практические	20	20	20	20
Консультации (для студента)	0,6	0,6	0,6	0,6
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,25	0,25	0,25	0,25
Консультации перед экзаменом	1	1	1	1
Итого ауд.	42	40	42	40
Контактная работа	43,85	41,85	43,85	41,85
Сам. работа	29,4	58,5	29,4	58,5
Часы на контроль	34,75	34,75	34,75	34,75
Итого	108	135,1	108	135,1

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Деев М.Е.



Рабочая программа дисциплины

**Математика и математическая статистика**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции (приказ Минобрнауки России от 17.07.2017 г. № 669)

составлена на основании учебного плана:

35.03.07 Технология производства и переработки сельскохозяйственной продукции  
утвержденного учёным советом вуза от 26.12.2022 протокол № 12.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 09.03.2023 протокол № 8

И.о. зав. кафедрой Богданова Рада Александровна



---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_ 2024 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой и.о. Богданова Рада Александровна

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_ 2025 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой и.о. Богданова Рада Александровна

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой и.о. Богданова Рада Александровна

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_ 2027 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой и.о. Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> изучение теоретических основ математики и математической статистики, приобретение практических навыков решения теоретических и практических задач.
1.2	<i>Задачи:</i> сформировать представления о роли математики и возможностях ее применения в технологии производства и переработки продукции сельского хозяйства; научить навыкам математического моделирования; дать информацию о фундаментальных понятиях и методах математики.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
2.1	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.2	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Цифровые технологии в профессиональной деятельности
2.2.2	Экономическая культура и финансовая грамотность

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.</b>	
<b>ИД-1.УК-1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи.</b>	
Знает, умеет, владеет проводить анализ условий заданной математической задачи.	
<b>ИД-2.УК-1: Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи.</b>	
Знает, умеет, владеет осуществлять поиск вариантов решения математической задачи на основе доступных источников информации.	
<b>ОПК-1: Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин с применением информационно-коммуникационных технологий.</b>	
<b>ИД-1.ОПК-1: Знать методы и пути приобретения новых математических и естественнонаучных знаний.</b>	
Знает, умеет, владеет методами приобретения новых математических и естественнонаучных знаний.	
<b>ИД-2.ОПК-1: Уметь применять математические и естественнонаучные знания в профессиональной деятельности.</b>	
Знает и умеет применять математические и естественнонаучные знания в профессиональной деятельности.	
<b>ИД-3.ОПК-1: Владеть навыками использования современных образовательных и информационно-коммуникационных технологий для повышения квалификации профессиональной деятельности.</b>	
Знает и владеет навыками использования современных образовательных и информационно-коммуникационных технологий.	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>						
1.1	Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений /Лек/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
1.2	Действия над матрицами. Определитель квадратной матриц. /Пр/	1	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Контрольная работа 1 (см. Приложение 1).
1.3	Методы решения систем линейных уравнений (метод Гаусса, метод Крамера, матричный метод). /Пр/	1	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Контрольная работа 2 (см. Приложение 1).

1.4	Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве /Лек/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
1.5	Векторы. Уравнение прямой на плоскости /Пр/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Индивидуальные задания. Вопросы к зачету.
1.6	Матрицы. Определитель квадратной матрицы. Решение систем линейных уравнений. /Ср/	1	27,5	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
<b>Раздел 2. Математический анализ</b>							
2.1	Предел и производная /Лек/	1	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
2.2	Предел и производная /Пр/	1	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Индивидуальные задания (см. Приложение 1).
2.3	Предел и производная /Ср/	1	6	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету
2.4	Интеграл /Лек/	1	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету
2.5	Интеграл /Пр/	1	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Контрольная работа №3 (см. Приложение 1).
2.6	Интеграл /Ср/	1	13,7	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>							
3.1	Элементы теории вероятностей /Лек/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
3.2	Элементы теории вероятностей /Пр/	1	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Контрольная работа №4.
3.3	Элементы теории вероятностей /Лаб/	1	5	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Контрольная работа №4.
3.4	Элементы теории вероятностей /Ср/	1	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
3.5	Математическая статистика /Лек/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
3.6	Математическая статистика /Пр/	1	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Контрольная работа №5.
3.7	Математическая статистика /Лаб/	1	5	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Контрольная работа №5.
3.8	Математическая статистика /Ср/	1	7,3	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1	Л1.1 Л1.2Л2.1 Л2.2	0	Вопросы к зачету.
<b>Раздел 4. Консультации</b>							
4.1	Консультация по дисциплине /Конс/	1	0,6	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1 ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1		0	

Раздел 5. Промежуточная аттестация (экзамен)							
5.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	1	34,75	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1 ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1		0	
5.2	Контроль СР /КСРАтт/	1	0,25	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1 ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1		0	
5.3	Контактная работа /КонсЭк/	1	1	ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1 ИД-3.ОПК-1 ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1		0	

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Математика и математическая статистика».
2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме индивидуального задания, контрольных работ, а также для промежуточной аттестации в форме вопросов к экзамену.

### 5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Индивидуальные задания по разделу "Аналитическая геометрия"

Векторы. Сумма и разность векторов. Умножение вектора на число

1. Построить вектор  $a = 0,5b - 3c + 4k$ , где  $b, c, k$  – некоторые заданные векторы.
2. Пусть  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник,  $O$  – его центр. Полагая, что  $OA = a$ ,  $OB = b$ , выразите через векторы  $a$  и  $b$  следующие векторы:  $OC, OD, OE, OF, ED, EC, CA$ ./. Найдите их координаты.
3. Дан вектор  $a$ , длина которого равна 3. Найдите вектор  $b$ , противоположно направленный вектору  $a$ , длина которого 5.
4. Указать коллинеарные, сонаправленные, противоположно направленные, равные, противоположные векторы в параллелограмме  $ABCK$ , в котором  $M, P, T, X$  – середины сторон параллелограмма,  $O$  – точка пересечения диагоналей.
5. В параллелепипеде  $ABCA_1B_1C_1D_1$  точка  $O$  – пересечение диагоналей,  $AB = a, AC = b, AA_1 = c$ . Выразить через них векторы  $AC_1, AD_1, AB_1, B_1D_1$ .

Скалярное произведение векторов

1. На плоскости даны векторы  $a(-1; 5), b(3; 5), c(-2; 8), d(3; 1)$ . Вычислите: а)  $ab$ ; б)  $ac$ ; в)  $(a + b + c)d$ ; г)  $(a - b)(c - d)$ .
2. Даны координаты векторов  $a(1; 2), b(-4; 3), c(3; -1)$ . Найдите координаты вектора  $x = 2a - 3b - 0,5c$ .
3. Дан вектор  $a(a_1; a_2)$  относительно базиса  $(i; j)$ . Найдите координаты вектора  $x$ , такого, что вектор  $x$  перпендикулярен вектору  $a$  и  $|x| = |a|$ .
4. Вычислите угол между векторами  $p = 3a - 2b$  и  $q = a - 3b$ , если векторы  $a$  и  $b$  равны по длине и взаимно перпендикулярны.
5. Докажите, что векторы  $p = a - (b - q) - b - (a - q)$  и  $q$  взаимно перпендикулярны.
6. Обозначив через векторы  $a$  и  $b$  стороны ромба, выходящие из общей вершины, доказать, что диагонали ромба взаимно перпендикулярны.

Индивидуальные задания по разделу "Пределы функций" см. в приложении 1.

Критерии оценки

Отметка «отлично», 84-100%, повышенный уровень. Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.

Отметка «хорошо», 66-83%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Отметка «удовлетворительно», 50-65%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил знание основного учебно-

программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допускает неточности, обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством. Отметка «неудовлетворительно», менее 50%, уровень не сформирован. Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, не умеет выделить главное и делать выводы.

Контрольные работы (см. в приложении 1).

Контрольная работа № 1. Матрицы. Определители квадратных матриц.

Контрольная работа № 2. Системы линейных уравнений

Контрольная работа № 3. Неопределенный интеграл. Определенный интегралы и его приложения.

Контрольная работа № 4-5. Теория вероятностей и математическая статистика

Контрольная работа № 4.

ВАРИАНТ 1

1. В первом ящике 2 красных и 5 синих папок, во втором – 4 красных и 3 синих. Из первого ящика переложили 2 папки во второй, после чего из второго ящика наудачу достали одну папку. Какова вероятность того, что она красного цвета?
2. Вероятность сдачи студентом контрольной работы в срок равна 0,7. Найти вероятность того, что из 5 студентов вовремя сдадут контрольную работу:
  - а) ровно 3 студента; б) хотя бы один студент.
3. Всхожесть хранящегося на складе зерна равна 80%. Отбираются 400 зерен. Определить вероятность того, что из отобранных зерен взойдут:
  - а) ровно 303; б) от 250 до 330.
4. Котировки акций могут быть размещены в Интернете на трех сайтах. Материал есть на первом сайте с вероятностью 0,7, на втором – с вероятностью 0,6, на третьем – с вероятностью 0,8. Студент переходит к новому сайту только в том случае, если не найдет данных на предыдущем. Составить закон распределения числа сайтов, которые посетит студент.
 

Найти:

  - а) функцию распределения этой случайной величины и построить ее график;
  - б) математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.
5. Случайная величина  $X$  имеет нормальный закон распределения с параметрами  $a$  и  $\sigma$ .
 

Найти:

  - а) параметр  $\sigma$ , если известно, что математическое ожидание  $M(X)=5$  и вероятность
  - б) вероятность

Контрольная работа №5

1. Для проверки качества поступившей партии зерна по схеме собственно-случайной бесповторной выборки произведено 10%-ное обследование. В результате анализа установлено следующее распределение данных о влажности зерна.

Приложение 1.

Найти: а) вероятность того, что средний процент влажности зерна в партии отличается от ее среднего процента в выборке не более чем на 0,5% (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля зерна, влажность которого менее 12%; в) объем выборки, при которой те же границы для доли зерна, полученные в пункте б), можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

2. По данным задачи 1, используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – процент влажности зерна – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 предприятий по затратам рабочего времени  $X$  (тыс. человеко-дней (чел. дн.)) и выпуску продукции  $Y$  (млн. руб.) представлены в таблице (см. Приложение 1).

Необходимо:

- 1) Вычислить групповые средние, построить эмпирические линии регрессии;
- 2) Предполагая, что между переменными  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний выпуск продукции предприятия с затратами рабочего времени 55 тыс. чел. дн.

Критерии оценки контрольной работы

Оценка «отлично» выставляется, если студент имеет глубокие знания учебного материала по теме контрольной работы, показывает усвоение взаимосвязи основных понятий используемых в работе, смог ответить на все уточняющие и дополнительные вопросы. Студент демонстрирует знания теоретического и практического материала по теме практической работы, определяет взаимосвязи между показателями задачи, даёт правильный алгоритм решения, определяет междисциплинарные связи по условию задания.

Оценка «хорошо» выставляется, если студент показал знание учебного материала, усвоил основную литературу, смог ответить почти полно на все заданные дополнительные и уточняющие вопросы. Студент демонстрирует знания теоретического и практического материала по теме контрольной работы, допуская незначительные неточности при решении задач, имея неполное понимание междисциплинарных связей при правильном выборе алгоритма решения задания.

Оценка «удовлетворительно» выставляется, если студент в целом освоил материал контрольной работы, ответил не на все

уточняющие и дополнительные вопросы. Студент затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, даёт неполный ответ, требующий наводящих вопросов преподавателя, выбор алгоритма решения задачи возможен при наводящих вопросах преподавателя.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала контрольной работы, который полностью не раскрыл содержание вопросов, не смог ответить на уточняющие и дополнительные вопросы. Студент даёт неверную оценку ситуации, неправильно выбирает алгоритм действий.

### 5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Письменные работы не предусмотрены.

### 5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену

1. Определители второго и третьего порядка. Свойства определителей.
2. Решение систем линейных уравнений с использованием определителей (правило Крамера).
3. Матрицы и операции над ними (сложение, умножение на const, умножение матрицы на матрицу)
4. Вырожденные и невырожденные матрицы.
5. Ранг матрицы. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
6. Прямоугольная (декартова) система координат на плоскости. Расстояние между двумя точками.
7. Прямая линия на плоскости: а) уравнение прямой линии с угловым коэффициентом; б) общее уравнение прямой линии; в) уравнение прямой, проходящей через две заданные точки; д) расстояние от точки до прямой линии.
8. Понятие вектора, линейные операции над векторами и их свойства.
9. Разложение вектора по базису. Координаты вектора и его длина.
10. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
11. Уравнение плоскости: а) общее уравнение; б) уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки; в) расстояние от точки до плоскости.
12. Уравнения прямой линии в пространстве: а) канонические; б) параметрические; в) задание прямой как линии пересечения двух плоскостей.
13. Числовая последовательность и ее предел.
14. Производная функции одной переменной (определение, геометрический и механический смысл).
15. Таблица производных.
16. Правила дифференцирования.
17. Производная сложной функции.
18. Дифференциал.
19. Производные высших порядков.
20. Первообразная и неопределенный интеграл и их свойства.
21. Таблица интегралов.
22. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Основные формулы комбинаторики (размещения, перестановки, сочетания).
24. Определение вероятности (понятие о случайном событии; классическое определение вероятности; относительная частота, статистическое определение вероятности).
25. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
26. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Формула Пуассона.
27. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины, свойства.
28. Задачи математической статистики. Основные понятия математической статистики: генеральная совокупность и выборка.

Критерии оценки экзамена

Отметка «отлично», 84-100%, повышенный уровень. Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии.

Отметка «хорошо», 66-83%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Отметка «удовлетворительно», 50-65%, пороговый уровень. Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допускает неточности, обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством.

Отметка «неудовлетворительно», менее 50%, уровень не сформирован. Студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, не умеет выделить главное и делать выводы.



<b>6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>				
<b>6.1. Рекомендуемая литература</b>				
<b>6.1.1. Основная литература</b>				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Бондрова О.В., Головко Н.И., Иванов [и др.] Б.Н.	Математика: учебное пособие	Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2018	<a href="http://www.iprbookshop.ru/70267">http://www.iprbookshop.ru/70267</a>
Л1.2	Березина Н.А.	Высшая математика: учебное пособие	Саратов: Научная книга, 2019	<a href="http://www.iprbookshop.ru/80978.html">http://www.iprbookshop.ru/80978.html</a>
<b>6.1.2. Дополнительная литература</b>				
	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Растопчина О.М., Нижников А.И., Попова Т.Н.	Высшая математика: практикум	Москва: Московский педагогический государственный университет, 2017	<a href="http://www.iprbookshop.ru/72486">http://www.iprbookshop.ru/72486</a>
Л2.2	Белоусова В.И., Ермакова Г.М., Михалева [и др.] М.М.	Высшая математика. Часть 1: учебное пособие	Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2016	<a href="http://www.iprbookshop.ru/65920.html">http://www.iprbookshop.ru/65920.html</a>
<b>6.3.1 Перечень программного обеспечения</b>				
6.3.1.1	Adobe Reader			
6.3.1.2	Google Chrome			
6.3.1.3	MS Office			
6.3.1.4	Яндекс.Браузер			
6.3.1.5	Moodle			
6.3.1.6	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ			
6.3.1.7	MS WINDOWS			
6.3.1.8	NVDA			
6.3.1.9	MS Windows			
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем</b>				
6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»			
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks			
6.3.2.3	Межвузовская электронная библиотека			

<b>7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ</b>	
	проблемная лекция
	круглый стол

<b>8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>		
Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение

310 В1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Учебная доска, экран, ноутбук, проектор, кафедра. Специальные инструменты и инвентарь для обслуживания учебного оборудования; стеллаж для хранения учебного оборудования: кульманы, плакаты, экран, кодоскоп, Д.К «Детали машин и основы конструирования», «Техническое обслуживание и ремонт трактора, комбайна, сельскохозяйственных машин и приспособлений»; комплект-стендов планшетов «Образцы автомобильных эксплуатационных материалов III»; Типовой комплект учебного оборудования «Техническая механика». Анализатор качества нефтепродуктов SNATOX SX-300, Д.К. «Ингаф», Д.К. «Детали машин и основы конструирования», микроскоп металлографический цифровой, нутромер, твердомер переносной, Типовой комплект учебного оборудования «Изучение микроструктур цветных сплавов», Типовой комплект учебного оборудования «Изучение микроструктур легированной стали», Типовой комплект учебного оборудования «Изучение микроструктур углеродистой стали», Электронные плакаты на CD «Материаловедение ВПО», Электронные плакаты на CD «Сопротивление материалов», Электронные плакаты на CD «Теория механизмов и машин», Электронные плакаты на CD «Техническая механика», Электронные плакаты на CD «Электрооборудование автомобилей», кульман А2 Profi plus МТбелый+рейсшина (20 шт.)
217 В1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Проектор, интерактивная доска. Компьютеры с доступом в Интернет

**9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

## Методические указания к выполнению самостоятельной работы

Самостоятельная работа студентов по предмету «Математика и математическая статистика» организуется преподавателем через подготовку к лекциям и практическим занятиям, регулярное выполнение домашнего задания, систематический контроль знаний студентов на занятиях, а также проведением контрольной работы.

Самостоятельная работа студентов по курсу призвана не только закреплять и углублять знания, полученные на аудиторных занятиях, но и способствовать развитию у студентов творческих навыков, инициативы, умению организовать свое время.

При выполнении плана самостоятельной работы студенту необходимо прочитать теоретический материал не только в учебниках и учебных пособиях, указанных в библиографических списках, но и познакомиться с публикациями в периодических изданиях.

Все виды самостоятельной работы и планируемые на их выполнение затраты времени в часах исходят из того, что студент достаточно активно работал в аудитории, слушая лекции и изучая материал на практических занятиях. По всем недостаточно понятым вопросам он своевременно получил информацию на консультациях.

Самостоятельная работа включает в себя следующие этапы:

Подготовка к лекциям.

На лекционный курс по дисциплине «Математика и математическая статистика» выделяется 16 аудиторных часов.

Посещение лекций является обязательным, кроме случаев, связанных с уважительными причинами (болезнь, разрешение деканата, пр.). Если лекция пропущена по неуважительной причине, то студент обязан ее восстановить и пройти собеседование с преподавателем. Это собеседование организуется во время еженедельной консультации.

В случае пропуска лекций и практических занятий студенту потребуется сверхнормативное время на освоение пропущенного материала.

Для закрепления материала лекций достаточно, перелистывая конспект или читая его, мысленно восстановить прослушанный материал.

Для качественного освоения дисциплины студент обязан посещать лекции. Лекционный материал выдается последовательно, поэтому рекомендуется перед каждой новой лекцией познакомиться с материалом предыдущей лекции.

Подготовка к практическим занятиям.

Курс практических занятий по дисциплине «Математика и математическая статистика» разбит по темам.

Для подготовки к практическому занятию студент обязан освоить теоретический материал, предусмотренный данной темой.

В процессе подготовки он составляет список понятий, то есть краткие формулировки терминов, формулы, законы и уравнения. Эту работу студент выполняет дома в тетрадях для практических работ по схеме, приводимой в начале каждой темы. Для подготовки списка понятий студент пользуется как лекционным материалом, так и рекомендованной литературой. В начале первого занятия каждой темы преподаватель проверяет наличие и качество оформления списка понятий. Если список оформлен некачественно, то он не зачитывается, студент обязан его доделать и сдать уже во время еженедельной консультации.

По завершению изучения каждой темы студент выполняет домашнее задание, которые приведены в методических рекомендациях для практических работ по «теоретической механике». На первом занятии новой темы организуется сдача домашней работы по предыдущей теме. Преподаватель проверяет работу и делает отметку у себя в журнале. Домашние задачи решаются по примеру задач, решаемых в аудитории.

Посещение практических занятий обязательно, кроме уважительных причин. В случае наличия пропуска первого занятия новой темы студент обязан составить список понятий и решить задачи домашней работы, после чего он вызывается на еженедельную консультацию, где проходит собеседование с преподавателем. Если пропущено не первое занятие по теме, то студент восстанавливает пройденный материал и также проходит собеседование.

Подготовка к контрольной работе.

При подготовке к контрольной работе по данной теме студент повторяет теорию и способы решения задач по данной теме, для чего пользуется лекциями, учебниками и тетрадями для практических работ.

Контрольная работа выполняется дома или в аудитории (это определяется либо по усмотрению преподавателя или календарным планом). После проверки работы студент вызывается для собеседования, где он должен защитить свою работу, ответить на все вопросы преподавателя и исправить допущенные в работе ошибки. По результату защиты выставляется окончательная оценка. Если студенту не удастся защитить работу, то он обязан решить другой вариант и снова пройти защиту контрольной работы во время индивидуальных консультаций. В случае пропуска студент дома решает контрольную работу и затем ее защищает во время индивидуальных консультаций.

Подготовка к экзамену.

Для проверки теоретических знаний по дисциплине «Математика и математическая статистика» организуется экзамен.

Контрольная работа № 1. Матрицы. Определители квадратных матриц.

Задание I. Найти строчный ранг матрицы.

$$1. \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix}; 2. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & -1 \\ -9 & 5 & -6 & 21 \\ 2 & -5 & -1 & 3 \\ -1 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}; 3. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & -1 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 0 & 4 \end{pmatrix};$$

$$4. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 8 & -3 \\ 3 & -4 & 1 & 2 \end{pmatrix}; 5. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -4 & 0 & -1 \\ 13 & 10 & 3 & -2 \end{pmatrix}; 6. \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 & 1 \\ -3 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 7 & -4 & -4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

$$7. \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 & 4 \\ 3 & 1 & 3 & -3 \\ 3 & 5 & 13 & 11 \\ 9 & 3 & -7 & 5 \end{pmatrix}; 8. \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 & -1 \\ 4 & -2 & 1 & -2 \end{pmatrix}; 9. \begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \\ 3 & 4 & -1 & 2 \end{pmatrix};$$

$$10. \begin{pmatrix} 4 & 3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 2 \\ 1 & -3 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Задание I. Вычислить матрицу, обратную данной:

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}; 2. \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; 3. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}; 4. \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & -1 \\ -2 & -5 & 4 \end{pmatrix}; 5. \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -5 \\ 1 & 3 & -6 \end{pmatrix}; 6. \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \\ 3 & 2 & -4 \end{pmatrix};$$

$$7. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}; 8. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}; 9. \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}; 10. \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Задание III. Вычислить значение определителя:

$$1) \begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}; 2) \begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}; 3) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 5 & 6 \\ -3 & -5 & 1 & 7 \\ -2 & -6 & -7 & 1 \end{vmatrix}; 4) \begin{vmatrix} 3 & -9 & -3 & -6 \\ 5 & -8 & -2 & -7 \\ 4 & -5 & -3 & -2 \\ 7 & -8 & -4 & -5 \end{vmatrix} 5)$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 9 & -8 & 5 & 10 \\ 5 & -8 & 5 & 8 \\ 6 & -5 & 4 & 7 \end{vmatrix}; 6) \begin{vmatrix} 3 & 4 & 6 & 7 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 2 & 4 \\ 8 & 7 & 1 & 5 \end{vmatrix};$$

$$7) \begin{vmatrix} 3 & -5 & 2 & 4 \\ -3 & 4 & -5 & 6 \\ -5 & 7 & -7 & 5 \\ 8 & -8 & 5 & -6 \end{vmatrix}; 8) \begin{vmatrix} 7 & 6 & 3 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 2 \\ 5 & 6 & 3 & 5 \\ 5 & 4 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

$$9) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 2 & 4 \\ 8 & 1 & -1 & -1 & 2 \\ 4 & 3 & -3 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & 2 & 4 & 7 \end{vmatrix}; 10) \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 2 \\ 4 & 5 & 2 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

Контрольная работа № 2. Системы линейных уравнений

Задание I. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$1) \begin{cases} 9x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 4 \\ 6x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 14x_4 = -8 \\ 9x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 15x_4 = -3 \end{cases} 2) \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \\ 6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 3 \\ 6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 = 9 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l}
3) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - 5x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 1 \end{cases} \\
4) \begin{cases} 4x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 7x_1 + 6x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + 4x_2 + 7x_3 + 4x_4 = 0 \\ 14x_1 + 12x_2 - 10x_3 + 4x_4 = 4 \end{cases} \\
5) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \\ 7x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 10 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases} \\
6) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 - 3x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 2 \end{cases} \\
7) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 + x_4 = 8 \end{cases} \\
8) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 5x_4 = 11 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 2 \\ x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases} \\
9) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + x_3 + 3x_4 = 2 \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_1 + 3x_3 + x_4 = 1 \end{cases} \\
10) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 = 1 \\ 3x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 = 4 \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 2 \end{cases}
\end{array}$$

Задание II. Решить систему линейных уравнений матричным методом и методом Крамера.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -1 \\ -2x_2 + x_3 = 0 \\ nx_3 = 5 \end{cases} \quad n = 1, 2, 3, \dots, 10$$

### Контрольная работа № 3. Математический анализ

«Неопределенный интеграл. Определенный интегралы и его приложения».

1. ЗАДАНИЕ. Вычислить неопределенные интегралы:

1.	1) $\int \frac{x^2 dx}{(3+2x^3)^2}$ ;	2) $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$ ;	3) $\int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$ ;
	4) $\int \frac{x^2 dx}{x^6+4}$ ;	5) $\int \frac{\sin^5 x}{\sqrt{\cos x}} dx$ ;	6) $\int \frac{3x-1}{x^2-x+1} dx$ ;
	7) $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$ ;	8) $\int x \cdot \operatorname{tg}^2 x dx$ ;	9) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3+1}}$ ;
	10) $\int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx$ .		

2.	1) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{3+2\cos x}}$ ;	2) $\int \frac{\ln x}{5x} dx$ ;	3) $\int \frac{x + \arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ;
	4) $\int \frac{x dx}{x^4+1}$ ;	5) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ ;	6) $\int \frac{5x-1}{x^2+4x-12} dx$ ;

7)  $\int \ln(x^2 + 1) dx$  ;

8)  $\int x \cdot \operatorname{arctg} x dx$  ;

9)  $\int \frac{\sqrt{1+2x}}{x} dx$  ;

10)  $\int x^3 \sqrt{x^2 - 9} dx$  .

3. 1)  $\int \frac{x-2}{\sqrt{3-2x^2}} dx$  ;

2)  $\int \operatorname{tg}^3 2x \cdot \sec^2 2x dx$  ;

3)  $\int \frac{dx}{(\operatorname{arcsin} x)^3 \sqrt{1-x^2}}$  ;

4)  $\int \frac{dx}{2x^2 + 9}$  ;

5)  $\int \cos^5 \frac{x}{7} dx$  ;

6)  $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$  ;

7)  $\int x^2 \operatorname{arctg} 2x dx$  ;

8)  $\int \ln^2 x dx$  ;

9)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{2-x}}$  ;

10)  $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}$  .

4. 1)  $\int 5x \sqrt{1-2x^2} dx$  ;

2)  $\int \frac{2x^2 dx}{8x^3 - 7}$  ;

3)  $\int \frac{e^{2x} - 1}{e^x} dx$  ;

4)  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-(2x+3)^2}}$  ;

5)  $\int \operatorname{ctg}^3 x dx$  ;

6)  $\int \frac{x-7}{x^2+4x+13} dx$  ;

7)  $\int x^2 \ln(1+x) dx$  ;

8)  $\int \arccos x dx$  ;

9)  $\int \frac{x+1}{\sqrt[3]{2x+1}} dx$  ;

10)  $\int \frac{dx}{x^4 \sqrt{x^2-16}}$  .

5. 1)  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{2 \sin x + 1}}$  ;

2)  $\int \frac{e^x + \sin x}{e^x - \cos x} dx$  ;

3)  $\int \frac{2^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx$  ;

4)  $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 4}$  ;

5)  $\int \operatorname{tg}^4 x dx$  ;

6)  $\int \frac{x-2}{x^2+x+1} dx$  ;

$$7) \int \frac{\ln x}{x^3} dx ;$$

$$8) \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx ;$$

$$9) \int \frac{\sqrt{x+3}}{1+\sqrt[3]{x+3}} dx ;$$

$$10) \int \frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} dx .$$

$$6. \quad 1) \int \frac{x^2-4}{x-3} dx ;$$

$$2) \int \frac{x+\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx ;$$

$$3) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt[5]{\sin^2 x}} ;$$

$$4) \int \frac{e^x dx}{\sqrt{25-16e^{2x}}} ;$$

$$5) \int \operatorname{ctg}^4 x dx ;$$

$$6) \int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+x-2}} dx ;$$

$$7) \int x \ln(x^2+1) dx ;$$

$$8) \int x^2 e^{2x} dx ;$$

$$9) \int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} ;$$

$$10) \int \sqrt{3-x^2} dx .$$

$$7. \quad 1) \int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos^2 x}} ;$$

$$2) \int \frac{2x}{\sqrt{3x^2+1}} dx ;$$

$$3) \int x \sin x^2 dx ;$$

$$4) \int \frac{dx}{\sqrt{1-25x^2}} ;$$

$$5) \int \operatorname{tg}^2 x \cdot \sec^4 x dx ;$$

$$6) \int \frac{x+2}{x^2+2x+2} dx ;$$

$$7) \int \sqrt{x} \ln x dx ;$$

$$8) \int x^2 \sin x dx ;$$

$$9) \int \frac{x dx}{\sqrt{1+x}} ;$$

$$10) \int \frac{x^3}{\sqrt{1-x^2}} dx .$$

$$8. \quad 1) \int \frac{(3-\sqrt{x})^3}{x^2} dx ;$$

$$2) \int \frac{2x-3}{x^2-3x+5} dx ;$$

$$3) \int \frac{\sqrt{2+\ln x}}{x} dx ;$$

4)  $\int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$  ;

5)  $\int \sin^2 x \cdot \cos^5 x dx$  ;

6)  $\int \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-4x+1}} dx$  ;

7)  $\int x^2 \cdot e^{3x} dx$  ;

8)  $\int x \ln x dx$  ;

9)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{2x+1}+1}$  ;

10)  $\int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)^3}}$  .

9. 1)  $\int \frac{x^5 + x + \sqrt[3]{x}}{x^2} dx$  ;

2)  $\int \frac{x dx}{\sqrt{2x^2+7}}$  ;

3)  $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$  ;

4)  $\int \frac{4x dx}{\sqrt{1-x^4}}$  ;

5)  $\int \operatorname{tg}^4 x dx$  ;

6)  $\int \frac{5x+1}{x^2-4x+1} dx$  ;

7)  $\int (2x+3) \ln x dx$  ;

8)  $\int x \cdot \cos x dx$  ;

9)  $\int \frac{x+1}{x \sqrt{x-2}} dx$  ;

10)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} dx$  .

10. 1)  $\int \frac{x dx}{2x^2-1}$  ;

2)  $\int \frac{dx}{x \sqrt{1+\ln x}}$  ;

3)  $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt[3]{1+\cos^2 x}} dx$  ;

4)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1-x^8}}$  ;

5)  $\int \sec^4 2x dx$  ;

6)  $\int \frac{3x+4}{\sqrt{x^2+6x+13}} dx$  ;

7)  $\int x^2 \cos 6x dx$  ;

8)  $\int (2-x) \cdot e^{-\frac{x}{2}} dx$  ;

9)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$  ;

10)  $\int \frac{dx}{\sqrt{(4+x^2)^3}}$  .

**ЗАДАНИЕ 2.** Вычислить определенные интегралы:



<p><b>1.</b></p> <p>1) <math>\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 x^2 e^x dx</math> .</p>	<p><b>2.</b></p> <p>1) <math>\int_3^{29} \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2+3}} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx</math> .</p>	<p><b>3.</b></p> <p>1) <math>\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx</math> .</p>
<p><b>4.</b></p> <p>1) <math>\int_{-1}^0 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_1^3 x \ln x dx</math> .</p>	<p><b>5.</b></p> <p>1) <math>\int_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \operatorname{arctg} x dx</math> .</p>	<p><b>6.</b></p> <p>1) <math>\int_1^4 \frac{x dx}{\sqrt{2+4x}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx</math> .</p>
<p><b>7.</b></p> <p>1) <math>\int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 x e^{-x} dx</math> .</p>	<p><b>8.</b></p> <p>1) <math>\int_1^9 x \cdot \sqrt[3]{1-x} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx</math> .</p>	<p><b>9.</b></p> <p>1) <math>\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_{\pi}^0 x \cdot \cos x dx</math> .</p>
<p><b>10.</b></p> <p>1) <math>\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx</math> .</p>	<p><b>11.</b></p> <p>1) <math>\int_0^5 x \sqrt{x+4} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 \ln(x+5) dx</math> .</p>	<p><b>12.</b></p> <p>1) <math>\int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 x e^{-x} dx</math> .</p>
<p><b>13.</b></p> <p>1) <math>\int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^3 \ln(x+3) dx</math> .</p>	<p><b>14.</b></p> <p>1) <math>\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_1^e \ln x dx</math> .</p>	<p><b>15.</b></p> <p>1) <math>\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_1^2 x \ln(x+1) dx</math> .</p>
<p><b>16.</b></p> <p>1) <math>\int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx</math> ; 2) <math>\int_0^{\frac{1}{2}} \arcsin x dx</math> .</p>		

<p>17.</p> <p>1) <math>\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 x^2 e^x dx</math> .</p>	<p>18.</p> <p>1) <math>\int_3^{29} \frac{\sqrt[3]{(x-2)^2}}{\sqrt[3]{(x-2)^2+3}} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx</math> .</p>	<p>19.</p> <p>1) <math>\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{1+x}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx</math> .</p>
<p>20.</p> <p>1) <math>\int_{-1}^0 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_1^3 x \ln x dx</math> .</p>	<p>21.</p> <p>1) <math>\int_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\sqrt{3}} x \cdot \operatorname{arctg} x dx</math> .</p>	<p>22.</p> <p>1) <math>\int_1^4 \frac{x dx}{\sqrt{2+4x}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{2\pi} x^2 \cos x dx</math> .</p>
<p>23.</p> <p>1) <math>\int_1^4 \frac{1+\sqrt{x}}{x^2} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 x e^{-x} dx</math> .</p>	<p>24.</p> <p>1) <math>\int_1^9 x \cdot \sqrt[3]{1-x} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx</math> .</p>	<p>25.</p> <p>1) <math>\int_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x+1}} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_{\pi}^0 x \cdot \cos x dx</math> .</p>
<p>26.</p> <p>1) <math>\int_3^8 \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x dx</math> .</p>	<p>27.</p> <p>1) <math>\int_0^5 x \sqrt{x+4} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 \ln(x+5) dx</math> .</p>	<p>28.</p> <p>1) <math>\int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx</math> ;</p> <p>2) <math>\int_0^1 x e^{-x} dx</math> .</p>

**ЗАДАНИЕ 3.** Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

<p>1. 1) <math>y = 6x - x^2, y = 0;</math></p>	<p>2) <math>y^2 = x^3, x = 0, y = 4.</math></p>
<p>2. 1) <math>y = x^2 + 4x, x - y + 4 = 0.</math></p>	<p>2) <math>xy = 6, y = 7 - x.</math></p>
<p>3. 1) <math>y = x^3, y = x;</math></p>	<p>2) <math>y = x^2 - 6x + 10, y = x.</math></p>
<p>4. 1) <math>y = x^3, y = 2x;</math></p>	<p>2) <math>x^2 = 9y, x = 3y - 6.</math></p>

5.	1) $y^2 = 4x, y = x;$	2) $y = 2 - x^2, y^3 = x^2.$
6.	1) $y^2 = 4x, y = \frac{1}{4}x^2;$	2) $x = 2 - y - y^2, x = 0.$
7.	1) $3y = x^2, 3x = y^2;$	2) $y = 6x - x^2 - 5, y = 0.$
8.	1) $y = x^2 - 3x, y = 4 - 3x;$	2) $y = x^2 - 5x + 6, x = 0, y = 0.$
9.	1) $y = 2x - x^2, y = x;$	2) $y^2 = x^3, x = 0, y = 1.$
10.	1) $y = \frac{1}{2}x^2, y = 4 - x;$	2) $y^3 = x^2, y = 1.$
11.	1) $x = y^2, x = \frac{3}{4}y^2 + 1;$	2) $y = \ln x, x = e, y = 0.$
12.	1) $y = x^2, 2x - y + 3 = 0;$	2) $xy = 6, x = 1, x = e, y = 0.$
13.	1) $y = 4 - x^2, y = 0;$	2) $y^2 = 9x, y = 3x.$
14.	1) $y = \frac{1}{2}x^2, x + 2y - 6 = 0;$	2) $y = x^2, y^2 = x.$
15.	1) $4x = y^2, 4y = x^2;$	2) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3, y = 1.$
16.	1) $y = x^2, y = x + 2;$	2) $x = 8y - y^2 - 7, x = 0.$
17.	1) $y = 6x - x^2, y = 0;$	2) $y^2 = x^3, x = 0, y = 4.$
18.	1) $y = x^2 + 4x, x - y + 4 = 0.$	2) $xy = 6, y = 7 - x.$
19.	1) $y = x^3, y = x;$	2) $y = x^2 - 6x + 10, y = x.$
20.	1) $y = x^3, y = 2x;$	2) $x^2 = 9y, x = 3y - 6.$
21.	1) $y^2 = 4x, y = x;$	2) $y = 2 - x^2, y^3 = x^2.$
22.	1) $y^2 = 4x, y = \frac{1}{4}x^2;$	2) $x = 2 - y - y^2, x = 0.$

23.	1) $3y = x^2, 3x = y^2;$	2) $y = 6x - x^2 - 5, y = 0.$
24.	1) $y = x^2 - 3x, y = 4 - 3x;$	2) $y = x^2 - 5x + 6, x = 0, y = 0.$
25.	1) $y = 2x - x^2, y = x;$	2) $y^2 = x^3, x = 0, y = 1.$
26.	1) $y = \frac{1}{2}x^2, y = 4 - x;$	2) $y^3 = x^2, y = 1.$
27.	1) $x = y^2, x = \frac{3}{4}y^2 + 1;$	2) $y = \ln x, x = e, y = 0.$
28.	1) $y = x^2, 2x - y + 3 = 0;$	2) $xy = 6, x = 1, x = e, y = 0.$
29.	1) $y = 4 - x^2, y = 0;$	2) $y^2 = 9x, y = 3x.$
30.	1) $y = \frac{1}{2}x^2, x + 2y - 6 = 0;$	2) $y = x^2, y^2 = x.$

Теория вероятностей и математическая статистика

Контрольная работа № 4.

ВАРИАНТ 1

1. В первом ящике 2 красных и 5 синих папок, во втором – 4 красных и 3 синих. Из первого ящика переложили 2 папки во второй, после чего из второго ящика наудачу достали одну папку. Какова вероятность того, что она красного цвета?

2. Вероятность сдачи студентом контрольной работы в срок равна 0,7. Найти вероятность того, что из 5 студентов вовремя сдадут контрольную работу:

а) ровно 3 студента; б) хотя бы один студент.

3. Всхожесть хранящегося на складе зерна равна 80%. Отбираются 400 зерен. Определить вероятность того, что из отобранных зерен взойдут:

а) ровно 303; б) от 250 до 330.

4. Котировки акций могут быть размещены в Интернете на трех сайтах. Материал есть на первом сайте с вероятностью 0,7, на втором – с вероятностью 0,6, на третьем – с вероятностью 0,8. Студент переходит к новому сайту только в том случае, если не найдет данных на предыдущем. Составить закон распределения числа сайтов, которые посетит студент.

Найти:

а) функцию распределения этой случайной величины и построить ее график;

б) математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

5. Случайная величина  $X$  имеет нормальный закон распределения с параметрами  $a$  и  $\sigma^2$ .

Найти:

а) параметр  $\sigma^2$ , если известно, что математическое ожидание  $M(X)=5$  и вероятность  $P(2 < X < 8) = 0,9973$ ;

б) вероятность  $P(X < 0)$ .

## Контрольная работа №5

1. Для проверки качества поступившей партии зерна по схеме собственно-случайной бесповторной выборки произведено 10%-ное обследование. В результате анализа установлено следующее распределение данных о влажности зерна:

Процент влажности	Менее 8	8–10	10–12	12–14	14–16	16–18	18–20	Более 20	Итого
Число проб	7	15	30	35	25	18	7	3	140

Найти: а) вероятность того, что средний процент влажности зерна в партии отличается от ее среднего процента в выборке не более чем на 0,5% (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля зерна, влажность которого менее 12%; в) объем выборки, при которой те же границы для доли зерна, полученные в пункте б), можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

2. По данным задачи 1, используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – процент влажности зерна – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 60 предприятий по затратам рабочего времени  $X$  (тыс. человеко-дней (чел. дн.)) и выпуску продукции  $Y$  (млн. руб.) представлены в таблице:

$x \backslash y$	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	Итого:
10–25	1	3	2			6
25–40	3	6	4	1		14
40–55		3	7	6	1	17
55–70		1	6	4	4	15
70–85			2	5	1	8
Итого:	4	13	21	16	6	60

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}_j$ , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний выпуск продукции предприятия с затратами рабочего времени 55 тыс. чел. дн.

## ВАРИАНТ 2

### Контрольная работа № 4.

1. Дано восемь карточек с буквами Н, М, И, И, Я, Л, Л, О. Найти вероятность того, что:  
а) получится слово «ЛОМ», если наугад одна за другой выбираются три карточки и располагаются в ряд в порядке появления;

б) получится слово «МОЛНИЯ», если наугад одна за другой выбираются шесть карточек.

2. По телевидению с 1 сентября начинают показывать 4 новых сериала. Вероятность того, что сериал продлится до Нового года, равна 0,3. Найти вероятность того, что до Нового года из этих сериалов продлится:

а) ровно 2; б) хотя бы один.

3. В филиале института 1000 студентов. После окончания занятий в среднем каждый десятый студент занимается в читальном зале. Сколько посадочных мест нужно иметь, чтобы с вероятностью 0,9545 их хватало всем студентам филиала.

4. Законы распределения независимых случайных величин  $X$  и  $Y$  приведены в таблицах:

$x_i$	0	1	2	$X$ :	$Y$ :	$y_j$	1	3
$p_i$	0,1	?	0,7			$p_j$	0,6	?

Найти:

а) вероятности  $P(X = 1)$  и  $P(Y = 3)$ ;

б) закон распределения случайной величины  $Z = X + Y$ ;

в) математическое ожидание  $M(Z)$  и дисперсию  $D(Z)$ ;

г) функцию распределения  $F(z)$ .

5. Уровень воды в реке – случайная величина со средним значением 2,5 м и стандартным отклонением 20 см. Оценить вероятность того, что в наудачу выбранный день уровень воды:

а) превысит 3 м; б) окажется в пределах от 2м 20см до 2м 80см.

### Контрольная работа №5

1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено 5%-ное обследование вкладов в Сбербанк одного из городов. Результаты обследования 150 вкладов представлены в таблице:

Размер вклада, тыс. руб.	Менее 40	40–60	60–80	80–100	100–120	120–140	Более 140	Итого:
Число вкладов	6	17	35	43	28	13	8	150

Найти: а) вероятность того, что средний размер всех вкладов в Сбербанке отличается от их среднего размера в выборке не более чем на 5 тыс. руб. (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля вкладов, размер которых менее 80 тыс. руб.; в) объем выборки, при которой те же границы для доли вкладов, полученные в пункте б), можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

2. По данным задачи 1, используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – размер вклада – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 50 предприятий по стоимости основных производственных фондов  $X$  (млн. руб.) и стоимости произведенной продукции  $Y$  (млн. руб.) представлены в таблице:

$x \backslash y$	15–20	20–25	25–30	30–35	35–40	40–45	Итого:
20–30	1	4	2				7
30–40	2	4	5	2			13
40–50		5	6	2	1		14
50–60			1	3	3	4	11
60–70				1	3	1	5
Итого:	3	13	14	8	7	5	50

Необходимо:

1) вычислить групповые средние  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}_j$  и построить эмпирические линии регрессии;

2) предполагая, что между переменными  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ; в) используя соответствующее уравнение регрессии, определить среднюю стоимость произведенной продукции, на предприятиях со стоимостью основных производственных фондов 45 млн. руб.

**ВАРИАНТ 3**  
**Контрольная работа №4**

1. Студент пришел на зачет, зная 24 вопроса из 30. Какова вероятность сдать зачет, если для получения зачета необходимо ответить на один вопрос, а преподаватель задает последовательно не более двух вопросов.

2. В среднем 10% заключенных в городе браков в течение года заканчиваются разводом. Какова вероятность того, что из четырех случайно отобранных пар, заключивших брак, в течение года:

а) ни одна пара не разведется; б) разведутся не более двух пар.

3. Вероятность того, что желание, загаданное на Новый год, сбудется, равна 0,7. Найти вероятность того, что из 200 загаданных желаний сбудется:

а) ровно 140; б) от 120 до 150.

4. Дискретная случайная величина  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 4; \\ 0,5 & \text{при } 4 < x \leq 7; \\ 0,7 & \text{при } 7 < x \leq 8; \\ 1 & \text{при } x > 8. \end{cases}$$

Найти:

а) ряд распределения случайной величины  $X$ ;

б) дисперсию  $D(X)$ ;

в) вероятность  $P(3 < X < 7,5)$ .

5. Дневная выручка магазина является случайной величиной со средним значением 10000 руб. и средним квадратическим отклонением 2000 руб.

1) С помощью неравенства Чебышева оценить вероятность того, что дневная выручка будет находиться в пределах от 6000 до 14000 руб.

2) Найти вероятность того же события, учитывая, что дневная выручка магазина является случайной величиной, распределенной по нормальному закону.

3) Объяснить различие результатов.

**Контрольная работа №5**

1. По схеме собственно-случайной бесповторной выборки проведено 10%-ное обследование предприятий одной из отраслей экономики в отчетном году. Результаты обследования представлены в таблице:

Выпуск продукции, млн.руб.	Менее 30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90	Более 90	Итого:
Число предприятий	6	9	19	29	21	9	5	2	100

Найти: а) вероятность того, что средний размер выпуска продукции всех предприятий отличается от его среднего размера в выборке не более чем на 5 млн. руб. (по абсолютной величине); б) границы, в которых с вероятностью 0,95 заключена доля предприятий, выпуск продукции которых менее 50 млн. руб.; в) объем выборки, при которой те же границы для доли предприятий, полученные в пункте б), можно гарантировать с вероятностью 0,9876; дать ответ на тот же вопрос, если никаких предварительных данных о рассматриваемой доле нет.

2. По данным задачи 1, используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – объем выпуска продукции –



распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 50 российских коммерческих банков по объему вложений в ценные бумаги  $X$  (тыс. руб.) и полученной прибыли  $Y$  (тыс. руб.) представлены в таблице:

$x \backslash y$	100–120	120–140	140–160	160–180	180–200	200–220	Итого:
1000–1300	4	2	1				7
1300–1600	2	4	2	2			10
1600–1900		4	7	5	1		17
1900–2200			3	4	1	2	10
2200–2500				1	3	2	6
Итого:	6	10	13	12	5	4	50

Необходимо:

- 1) вычислить групповые средние  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}_j$  и построить эмпирические линии регрессии;
- 2) предполагая, что между переменными  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднюю прибыль, полученную коммерческим банком, вложившим в ценные бумаги 1500 тыс. руб.

#### ВАРИАНТ 4

##### Контрольная работа №4

1. На школьном участке посадили три плодовых дерева: яблоню, грушу и сливу. Вероятность того, что приживется яблоня, равна 0,8, груша – 0,9, слива – 0,7. Найти вероятность того, что

а) приживутся два дерева; б) приживется хотя бы одно дерево.

2. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди них:

а) два мальчика; б) более двух мальчиков;

в) не менее двух и не более трех мальчиков.

Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

3. Сколько раз надо подбросить симметричную монету, чтобы с вероятностью 0,9 частота проявления герба отличалась от его вероятности не более, чем на 0,01 (по абсолютной величине)?

4. Имеются 10 билетов: 1 билет в партер стоимостью 500 руб., 3 билета в амфитеатр по 300 руб. и 6 билетов на балкон по 100 руб. После реализации части билетов осталось три билета. Составить закон распределения случайной величины  $X$  – стоимости непроданных билетов. Найти математическое ожидание  $M(X)$ .

5. Плотность вероятности случайной величины  $X$  имеет вид:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1; \\ ax - 2 & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ 0 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

Найти:

а) параметр  $a$ ; б) функцию распределения  $F(x)$  и построить ее график.

Что вероятнее: попадание случайной величины в интервал  $(1,6; 1,8)$  или в интервал  $(1,9; 2,6)$ ?

### Контрольная работа №5

1. Данные об урожайности зерновых культур в некотором регионе получены с помощью собственно-случайной бесповторной выборки. Результаты обследования 100 предприятий из 1000 приведены в таблице:

Урожайность, ц/га	20–30	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90	90–100	Итого:
Число предприятий	6	9	19	29	21	9	5	2	100

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,9643 заключена средняя урожайность зерновых культур для всех предприятий региона; б) вероятность того, что доля всех предприятий, урожайность зерновых культур в которых менее 50 ц/га, отличается от доли таких предприятий в выборке не более, чем на 5% (по абсолютной величине); в) объем выборки, при котором границы для средней урожайности, найденные в пункте а), можно гарантировать с вероятностью 0,9807.

2. По данным задачи 1, используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – урожайность зерновых культур – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 80 литейных цехов машиностроительных заводов по степени компьютеризации процессов производства  $X$  (%) и производственным затратам  $Y$  (млн. руб.) представлено в таблице:

$x \backslash y$	5–6	6–7	7–8	8–9	9–10	Итого:
10–20			2	4	2	8
20–30			1	5	3	9
30–40		2	3	7	1	13
40–50	4	2	10	2		18
50–60	1	3	11	2		17
60–70	2	8	5			15
Итого:	7	15	32	20	6	80

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}_j$ , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже

с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить средний процент компьютеризации процессов производства в цехах машиностроительных заводов с производственными затратами 8 млн.руб.

### ВАРИАНТ 5

#### Контрольная работа №4

1. Из ящика, содержащего три билета с номерами 1, 2, 3, вынимают по одному все билеты. Предполагается, что все последовательности номеров имеют одинаковые вероятности. Найти вероятность того, что хотя бы у одного билета порядковый номер совпадет с собственным.

2. Вероятность поражения цели при одном выстреле равна 0,4. Было произведено 600 выстрелов. Найти:

- а) границы, в которых с вероятностью 0,9949 будет заключено число попаданий в цель;
- б) число выстрелов, которые надо произвести по мишени, чтобы с вероятностью 0,9949 можно было ожидать, что отклонение частоты попадания при одном выстреле от его вероятности будет меньше 0,05 (по абсолютной величине).

3. В контрольной работе 5 задач. Для каждой задачи вероятность того, что слабо подготовленный студент решит ее верно, равна 0,3. Составить закон распределения числа верно решенных задач для слабо подготовленного студента. Найти вероятность получения им зачета, если зачет выставляется за работу, в которой решено не менее трех задач.

4. Функция распределения случайной величины  $X$  имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0; \\ \frac{x}{10} & \text{при } 0 < x \leq \frac{10}{3}; \\ \frac{x}{5} - \frac{1}{3} & \text{при } \frac{10}{3} < x \leq \frac{20}{3}; \\ 1 & \text{при } x > \frac{20}{3}. \end{cases}$$

Найти:

- а) плотность вероятности  $\varphi(x)$ ;
- б) математическое ожидание  $M(X)$ ; в) вероятность  $P(3 < X < 7,5)$ .

Построить графики функции  $F(x)$  и  $\varphi(x)$ .

5. Средняя температура воздуха в июле в данной местности  $20^\circ\text{C}$ . Оценить вероятность того, что в июле следующего года средняя температура воздуха будет: а) не более  $15^\circ\text{C}$ ; б) более  $20^\circ\text{C}$ .

#### Контрольная работа №5

1. В результате выборочного обследования 100 предприятий из 1000 по схеме собственно-случайной бесповторной выборки, получено следующее распределение предприятий по росту производительности труда (в процентах по отношению к предыдущему году):

Рост производительности труда, %	13–17	17–21	21–25	25–29	29–33	33–37	Итого:
Число предприятий	6	20	24	29	11	10	100

Найти: а) границы, в которых с вероятностью 0,899 будет находиться средний процент роста производительности труда на всех предприятиях; б) вероятность того, что доля всех предприятий с ростом производительности труда не менее 25% отличается от доли таких предприятий в выборке не более, чем на 5% (по абсолютной величине); в) объем выборки, при котором те же границы для среднего процента роста производительности труда, полученные в пункте а), можно гарантировать с вероятностью 0,9907.

2. По данным задачи 1, используя  $\chi^2$ -критерий Пирсона, на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  – рост производительности труда – распределена по нормальному закону. Построить на одном чертеже гистограмму эмпирического распределения и соответствующую нормальную кривую.

3. Распределение 80 предприятий, выпускающих однотипную продукцию, по количеству реализованных товаров  $X$  (тыс. ед.) и цене на производимые товары  $Y$  (тыс. руб. за ед. продукции) представлено в таблице:

$x \backslash y$	10–20	20–30	30–40	40–50	50–60	Итого:
60–70				3	3	6
70–80			1	5	4	10
80–90		2	7	7	1	17
90–00		6	10	4		20
100–110	2	7	8	2		19
110–120	4	4				8
Итого:	6	19	26	21	8	80

Необходимо:

1) Вычислить групповые средние  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}_j$ , построить эмпирические линии регрессии;

2) Предполагая, что между переменными  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость: а) найти уравнения прямых регрессии, построить их графики на одном чертеже с эмпирическими линиями регрессии и дать экономическую интерпретацию полученных уравнений; б) вычислить коэффициент корреляции; на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ; в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить количество реализованных товаров предприятий, у которых цена на производимые товары равна 55 тыс.руб. за единицу продукции.

### Индивидуальные задания

#### 1. Пределы функций

Выполните тест

#### Вариант 1

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 3)$$

ответы: А) – 3; Б)  $\frac{1}{6}$ ; В) – 4; Г) 8

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 2}{5x^2 + 4}$$

ответы: А) – 3; Б)  $\frac{1}{6}$ ; В)  $\frac{1}{8}$ ; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \frac{2}{3}; \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = -0,3$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x_n - 5}{x_n \cdot y_n}$$

ответы: А)  $-15$ ; Б)  $15$ ; В)  $1,5$ ; Г)  $-1,5$

4) Вычислите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n + 2}$$

ответы: А)  $0$ ; Б)  $2$ ; В)  $\infty$ ; Г)  $\frac{1}{2}$

5) Вычислите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 + n - 3n^2}{4 - n + 2n^2}$$

ответы: А)  $0$ ; Б)  $-\frac{3}{2}$ ; В)  $1,5$ ; Г)  $\infty$

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{3x^2 - 9x}$$

ответы: А)  $\frac{1}{3}$ ; Б)  $\frac{1}{9}$ ; В)  $0$ ; Г)  $\infty$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 4x})$$

ответы: А)  $\infty$ ; Б)  $2$ ; В)  $0$ ; Г)  $-\frac{1}{3}$

## Вариант 2

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -4} (5 - 3x - x^2)$$

ответы: А)  $1$ ; Б)  $-23$ ; В)  $-19$ ; Г)  $3$

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + 1}{x - 3}$$

ответы: А)  $1$ ; Б)  $-3$ ; В)  $-1$ ; Г)  $0$

3) Дано:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = -0,2; \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0,5$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x_n \cdot y_n}{5x_n^2 - 2}$$

ответы: А)  $\frac{5}{9}$ ; Б)  $-\frac{1}{18}$ ; В)  $-\frac{5}{9}$ ; Г)  $\frac{1}{18}$

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 3}{1 - 5x}$$

ответы: А)  $0$ ; Б)  $\frac{2}{5}$ ; В)  $-\frac{2}{5}$ ; Г)  $\infty$

5) Вычислите:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 - 5n + 1}{2n^3 + 3n^2}$$

ответы: А) 0; Б)  $\frac{2}{3}$ ; В)  $\frac{3}{2}$ ; Г)  $-\frac{5}{2}$

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$$

ответы: А)  $\frac{1}{5}$ ; Б) 1; В)  $-\frac{3}{5}$ ; Г)  $\infty$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - x} - x)$$

ответы: А)  $-\frac{1}{2}$ ; Б)  $\infty$ ; В) 1; Г) 0

### Вариант 3

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 3x + 4)$$

ответы: А) 2; Б) -10; В)  $-\frac{1}{2}$ ; Г)  $\frac{1}{2}$

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3}{2x - 6}$$

ответы: А)  $\frac{1}{2}$ ; Б)  $\infty$ ; В)  $\frac{3}{2}$ ; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow \infty} \varphi(x) = 3$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) \cdot \varphi^2(x)}{[f(x) - \varphi(x)]^3}$$

ответы: А) -18; Б) 6; В) -6; Г)  $\infty$

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{x^2 + 3x}$$

ответы: А) 0; Б)  $\frac{1}{2}$ ; В)  $\infty$ ; Г) другой ответ

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 5x + 4}{x^2 + 2x + 3}$$

ответы: А)  $\frac{3}{2}$ ; Б) 0; В) 3; Г)  $\infty$

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 7x - 6}$$

ответы: А) 1; Б)  $\frac{2}{3}$ ; В)  $\frac{1}{7}$ ; Г)  $\frac{5}{2}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 5x} - x)$$

ответы: А)  $-1$ ; Б)  $\frac{5}{2}$ ; В)  $\infty$ ; Г) 5

#### Вариант 4

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -3} (5 + 2x + x^2)$$

ответы: А) 20; Б) 8; В)  $-10$ ; Г) 10

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - x}{4x - 4}$$

ответы: А) 3; Б)  $\frac{1}{4}$ ; В)  $\infty$ ; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 4; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 2$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f^2(x) \cdot \varphi^3(x)}{2f(x) - 3\varphi(x)}$$

ответы: А) 2; Б) 12; В)  $\frac{1}{3}$ ; Г) 4

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 5x}{x^3 - 3x^2 + 1}$$

ответы: А) 0; Б) 4; В)  $-\frac{4}{3}$ ; Г)  $\infty$

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + x + 1}{0,3x^2 - x}$$

ответы: А)  $16\frac{2}{3}$ ; Б)  $\frac{5}{3}$ ; В)  $-5$ ; Г) 0

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{x^2 - 8x + 15}$$

ответы: А) 1; Б)  $-\frac{1}{2}$ ; В) 0; Г)  $\infty$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x^3}{x^2 + x + 1} - x \right)$$

ответы: А)  $-1$ ; Б)  $\infty$ ; В) 0; Г) 1

#### Вариант 5

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x^2 - 3x + 4)$$

ответы: А) 0; Б) 6; В) 18; Г) 9

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} - 1}$$

ответы: А)  $\frac{5}{3}$ ; Б) 1; В) 3; Г)  $-1$

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 3$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi^2(x) - f^2(x)}{2f(x) - \varphi(x)}$$

ответы: А) -2; Б)  $\frac{1}{3}$ ; В) 0; Г) -8

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^x$$

ответы: А) 3; Б)  $e^3$ ; В)  $\infty$ ; Г) другой ответ

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{x^2 - 1}$$

ответы: А) 5; Б)  $\frac{1}{2}$ ; В) -1; Г) -5

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 17x + 10}{3x^2 - 16x + 5}$$

ответы: А) 1; Б)  $\frac{13}{12}$ ; В) 2; Г)  $\frac{1}{2}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - 3}{x^2 - 49}$$

ответы: А)  $\frac{1}{2}$ ; Б) 0; В)  $\frac{1}{84}$ ; Г) другой ответ

### Вариант 6

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow -5} (x - 2x^2 + 1)$$

ответы: А) 4; Б) -54; В) -24; Г) 26

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow -1} (3x^2 - 2x + 1)$$

ответы: А) 6; Б) -4; В) 2; Г) другой ответ

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = -1$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\varphi(x) - f^3(x)}{3\varphi(x) + f(x)}$$

ответы: А) -8; Б) 9; В) 0; Г)  $\frac{1}{3}$

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x^4}{1 - x^2 - 6x^4}$$

ответы: А)  $\frac{1}{6}$ ; Б)  $-\frac{1}{6}$ ; В) 1; Г) -1

5) Вычислите:



$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 4x)^{\frac{3}{5x}}$$

ответы: А)  $e^{\frac{5}{12}}$ ; Б)  $e^{\frac{12}{5}}$ ; В) 1; Г) другой ответ

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x - 1}$$

ответы: А) 8; Б) 0; В)  $\infty$ ; Г) 6

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{2 - \sqrt{x - 1}}$$

ответы: А) -4; Б) 0; В) 5; Г)  $\infty$

### Вариант 7

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 0} [(2x - 4)(x - 1)(x + 2)]$$

ответы: А) 4; Б) 0; В) 8; Г) -6

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 1} (3x^3 + x^2 - 8x + 10)$$

ответы: А) 10; Б) 6; В)  $-\frac{1}{2}$ ; Г) 5

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -1; \lim_{x \rightarrow b} \varphi(x) = 4$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{f^2(x) + \varphi^2(x)}{f(x) - 2\varphi(x)}$$

ответы: А) 1; Б)  $-\frac{17}{9}$ ; В)  $\frac{1}{2}$ ; Г)  $-\frac{3}{13}$

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x^2 - 6x + 8}{3x^2 - 4}$$

ответы: А) -5; Б)  $\frac{20}{3}$ ; В) -2; Г)  $-\frac{1}{2}$

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{5}{2x}}$$

ответы: А)  $-e^{10}$ ; Б)  $e^{\frac{1}{10}}$ ; В)  $e^{10}$ ; Г) другой ответ

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 9x + 20}$$

ответы: А) 1; Б)  $\frac{7}{9}$ ; В) 2; Г)  $\frac{1}{2}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{4+x} - \sqrt{4-x}}$$

ответы: А)  $\frac{1}{2}$ ; Б) 2; В) 4; Г)  $-\frac{1}{2}$

## Вариант 8

1) Вычислите

$$\lim_{x \rightarrow 1} [(2x + 6)(3x - 1)(5x + 3)]$$

ответы: А) -18; Б) 128; В) 30; Г) -22

2) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 6x + 1)$$

ответы: А) 0; Б) 11; В) -8; Г) 23

3) Дано:

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{1}{2}; \lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 2$$

Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{6 \cdot f(x) - 2 \cdot \varphi(x)}{f^2(x) \cdot \varphi(x)}$$

ответы: А) -2; Б) 2; В)  $\frac{1}{3}$ ; Г) другой ответ

4) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x + 1}{3x^3 + x^2 + 1}$$

ответы: А) 1; Б) 2; В)  $\frac{1}{3}$ ; Г)  $\frac{2}{3}$

5) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - x^2 + 2x}{x^3 - 8x^2 + 1}$$

ответы: А) 5; Б)  $\frac{1}{8}$ ; В)  $-\frac{5}{8}$ ; Г) 2

6) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 - 9}$$

ответы: А) 1; Б) 2; В)  $\frac{4}{3}$ ; Г)  $-\frac{1}{9}$

7) Вычислите:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{2x}{3}\right)^{\frac{2}{3x}}$$

## Аналитическая геометрия

### Векторы. Сумма и разность векторов. Умножение вектора на число

1. Построить вектор  $a = 0,5b - 3c + 4k$ , где  $b, c, k$  – некоторые заданные векторы.

2. Пусть  $ABCDEF$  – правильный шестиугольник,  $O$  – его центр. Полагая, что  $OA = a$ ,  $OB = b$ , выразите через векторы  $a$  и  $b$  следующие векторы:  $OC, OD, OE, OF, ED, EC, CA$ /. Найдите их координаты.

3. Дан вектор  $a$ , длина которого равна 3. Найти вектор  $b$ , противоположно направленный вектору  $a$ , длина которого 5.

4. Указать коллинеарные, сонаправленные, противоположно направленные, равные, противоположные векторы в параллелограмме  $ABCK$ , в котором  $M, P, T, X$  – середины сторон параллелограмма,  $O$  – точка пересечения диагоналей.

5. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $O$  – пересечение диагоналей,  $AB = a, AC = b, AA_1 = c$ . Выразить через них векторы  $AC_1, AD_1, AB_1, B_1 D_1$ .

## Скалярное произведение векторов

1. На плоскости даны векторы  $a(-1; 5)$ ,  $b(3; 5)$ ,  $c(-2; 8)$ ,  $d(3; 1)$ . Вычислите: а)  $ab$ ; б)  $ac$ ; в)  $(a + b + c)d$ ; г)  $(a - b)(c - d)$ .

2. Даны координаты векторов  $a(1; 2)$ ,  $b(-4; 3)$ ,  $c(3; -1)$ . Найти координаты вектора  $x = 2a - 3b - 0,5c$ .

3. Дан вектор  $a(a_1; a_2)$  относительно базиса  $(i; j)$ . Найти координаты вектора  $x$ , такого, что  $x \perp a$  и  $|x| = |a|$ .

4. Вычислите угол между векторами  $p = 3a - 2b$  и  $q = a - 3b$ , если векторы  $a$  и  $b$  равны по длине и взаимно перпендикулярны.

5. Докажите, что векторы  $p = a \cdot (b \cdot q) - b \cdot (a \cdot q)$  и  $q$  взаимно перпендикулярны.

6. Обозначив через векторы  $a$  и  $b$  стороны ромба, выходящие из общей вершины, доказать, что диагонали ромба взаимно перпендикулярны.